**Відповіді та вказівки**

**до завдань ІІ етапу обласної Інтернет-олімпіади**

**10 клас**

1. **Знайти найбільше значення виразу** .

Розв’язання. , звідси при ,

за нерівністю Коші маємо

.

І , якщо , тобто коли .

При , маємо , отже найбільше значення функції .

Відповідь. 5.

1. **Чи існує трицифрове число, куб якого закінчується на три сімки?**

Розв’язання. Позначимо дане трицифрове число через . Тоді  де - кількість тисяч числа .

Так, як  закінчується цифрою 7, то число закінчується цифрою 3:  причому число  двоцифрове.

Одержимо: 





Звідси видно, що число  ділиться на 5 .

Оскільки тоді в лівій частині останньої рівності доданки  і ділиться на 25 і, крім того, права частина рівності ділиться на 25, то і  ділиться на 25: , де - цифра, що не більша 3. Отримаємо:



Розглянемо три можливості.

1. Нехай , тоді:  

Даний випадок не задовольняє умову, оскільки дане число закінчується двома, а не трьома сімками.

1. Нехай , тоді:  

Даний випадок не задовольняє умову, оскільки дане число закінчується однією, а не трьома сімками.

1. Нехай , тоді:  

Даний випадок задовольняє умову.

Відповідь. Існує єдине число 753.

1. **Дано опуклий чотирикутник. На його сторонах як на діаметрах, побудовані круги. Довести, що ці круги повністю покривають даний чотирикутник. Довести, що ці круги повністю покривають даний чотирикутник.**

**Доведення.** Розглянемо довільну внутрішню точку чотирикутника. З неї сторони чотирикутника видно під кутами, сума яких 3600. Оскільки 3600 : 4 = 900, то принаймні один із цих кутів не менший 900 (за принципом Діріхле, сторони – „клітки”, величина кутів – „кролики”). Тому будь-яка внутрішня точка належить хоча б одному із побудованих кругів.

1. **Від відрізка  відрізали зліва четверту його частину. Потім від залишку справа знову відрізали четверту частину зліва, а потім ( від залишку) – четверту частину справа, і так далі. Вкажіть точку цього відрізка, яка ніколи не буде відрізана.**

Розв’язання. Проаналізуємо, які відрізки залишаються щоразу, після відрізання з лівої і правої частин:   і т.д.

Отже, зрозуміло, що після *2n* відрізань залишиться відрізок довжиною Тому, ми отримаємо , що від 2014 відкладено відрізки таких довжин: . Отже ми отримаємо таку точку: .

Відповідь:  .